

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione suppletiva**

- 8** In un'urna ci sono due palline bianche, in una seconda urna ci sono due palline nere e in una terza urna ci sono una pallina bianca e una pallina nera. Scegli a caso un'urna ed estrai, sempre a caso, una delle due palline in essa contenute: è bianca. Saresti disposto a scommettere alla pari che la pallina rimasta nell'urna che hai scelto sia essa pure bianca?

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione suppletiva

- 8** Scelta a caso un'urna tra le tre a disposizione, è stata estratta una pallina bianca. L'obiettivo è quello di calcolare la probabilità che la pallina rimasta nell'urna scelta sia pure essa bianca, ossia la probabilità di avere scelto l'urna A sapendo che la pallina estratta è bianca.

Indicate ordinatamente con A , B e C le tre urne, si considerino i seguenti eventi:

E = «la prima pallina estratta è bianca»,

A = «è stata scelta l'urna A »,

B = «è stata scelta l'urna B »,

C = «è stata scelta l'urna C ».

La probabilità che, uscita una pallina bianca, sia stata scelta l'urna A , è secondo il teorema di Bayes:

$$P(A|E) = \frac{P(A)P(E|A)}{P(A)P(E|A) + P(B)P(E|B) + P(C)P(E|C)}.$$

Ora, $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$, $P(E|A) = 1$, $P(E|B) = 0$, $P(E|C) = \frac{1}{2}$, e quindi risulta:

$$P(A|E) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1}{\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Essendo la probabilità $P(A|E) = \frac{2}{3}$ maggiore di $\frac{1}{2}$, allora scommettere alla pari che la pallina rimasta nell'urna sia anch'essa bianca è vantaggioso.