

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva

- 9** Due giocatori, A e B , giocano a «Testa o Croce» con una moneta le cui facce hanno la stessa probabilità di uscire. Ciascuno di loro punta la somma S . Chi vince porta via l'intera posta. Il gioco si svolge con la seguente regola: «Il giocatore A lancia la moneta: se esce «Testa» vince, altrimenti il gioco passa a B . Questi, a sua volta, lancia la moneta e vince se viene «Croce», in caso contrario il gioco ritorna ad A , che ripete il lancio e vince se viene «Testa». In caso contrario il gioco ripassa a B , che vince se viene «Croce». Se B non vince il gioco ha termine e ciascuno dei due giocatori riprende la somma che aveva puntato». Il gioco è equo?

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva

9 Un gioco è equo quando le poste dei due giocatori sono direttamente proporzionali alla probabilità di vincita. Indicate con $p(A)$ la probabilità che vinca A , con $p(B)$ la probabilità che vinca B , poiché i giocatori A e B puntano la stessa somma S , affinché il gioco sia equo deve verificarsi $p(A) = p(B)$. Calcoliamo $p(A)$ e $p(B)$ utilizzando il teorema della probabilità composta, aiutati dal diagramma ad albero di figura 10 in cui sono riportati i 4 turni di gioco e le possibili successioni degli eventi stocasticamente dipendenti che formano l'evento composto.

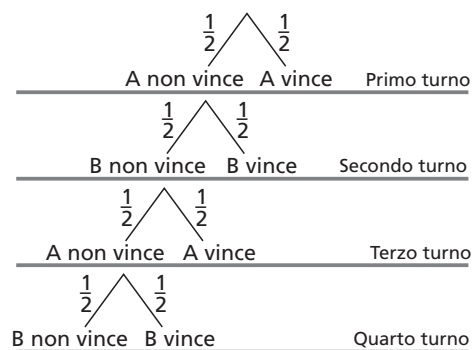
I rami uscenti da un nodo (che in questo caso è un turno di gioco) rappresentano eventi incompatibili e sommando le rispettive probabilità otteniamo il valore 1. Il giocatore A può

vincere al primo o al terzo turno, quindi $p(A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$; il giocatore B può vincere al secondo o al

quarto turno, quindi $p(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$. Infine la probabilità che nessuno dei due giocatori vinca e

ciascuno riprenda la somma che aveva puntato è pari ad $\frac{1}{16}$. Poiché $p(A) = 2 \cdot p(B)$, il gioco non è equo.

Il gioco sarebbe equo se la puntata del giocatore A fosse doppia di quella del giocatore B .



▲ **Figura 10.**