9 Alla finale dei 200 m piani partecipano 8 atleti, fra i quali figurano i nostri amici Antonio e Pietro. Sapendo che sul podio finiscono i primi 3 classificati e ammesso che tutti gli atleti abbiano le stesse possibilità, calcolare le probabilità che:

a) sul podio finiscano sia Antonio che Pietro;
b) almeno uno dei due finisca sul podio;
c) nessuno dei due finisca sul podio.

9 Si risolve il problema applicando la definizione classica di probabilità di un evento, intendendo quest'ultima come rapporto tra casi favorevoli e casi possibili.

a) Considerato l'evento E_1 = «Antonio e Pietro sono sul podio», si vuole calcolare la probabilità $P(E_1)$. I casi favorevoli f sono le terne in cui compaiono i due amici e un terzo atleta, appartenente all'insieme dei sei sportivi rimanenti. Pertanto $f = P_3 \cdot 6 = 36$. I casi possibili u sono le disposizioni di 8 elementi a gruppi di 3: $u = D_{8,3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$. La probabilità cercata è quindi: $P(E_1) = \frac{f}{u} = \frac{36}{336} = \frac{3}{28}$.

b) Indicato con E_2 l'evento che sul podio finisca almeno uno dei due amici, i casi favorevoli si ottengono dalla somma dei casi favorevoli del punto a) (ambedue gli amici sul podio) con i casi in cui nella terna compaia un solo amico e due atleti, tra i sei rimanenti. I casi favorevoli sono allora $f = 36 + D_{6,2} \cdot 3 \cdot 2 =$ $= 36 + 180 = 216$.
I casi possibili sono sempre $u = D_{8,3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$. La probabilità cercata risulta quindi:

$$P(E_2) = \frac{216}{336} = \frac{9}{14}.$$

c) Considerato E_3 = «né Antonio né Pietro sono sul podio», si osserva che $E_3 = \overline{E_2}$, dove E_2 = «almeno uno dei due amici è sul podio» del punto b) del problema. Pertanto $P(E_3) = 1 - P(E_2)$ e quindi:

$$P(E_3) = 1 - \frac{9}{14} = \frac{5}{14}.$$

