

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2012**

- 2** Una moneta da 1 euro (il suo diametro è 23,25 mm) viene lanciata su un pavimento ricoperto con mattonelle esagonali (regolari) di lato 10 cm. Qual è la probabilità che la moneta vada a finire internamente a una mattonella (cioè non tagli i lati degli esagoni)?

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2012

2 In figura è rappresentata una mattonella esagonale di lato l di 10 cm (=100 mm) e centro O . La moneta di raggio $r = \frac{23,25}{2}$ mm = 11,625 mm cade internamente alla piastrella se il suo centro C cade nell'esagono di lato l' e centro O interno alla mattonella, con i lati paralleli a quelli della mattonella e distanti r da questi.

La distanza \overline{CH} tra i lati corrispondenti dei due esagoni deve essere quindi r .

Consideriamo il triangolo rettangolo BCH : esso è metà di un triangolo equilatero e per questo risulta:

$$\overline{CH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{BC} \rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{BC} \rightarrow \overline{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{3} r.$$

L'esagono interno ha quindi lato:

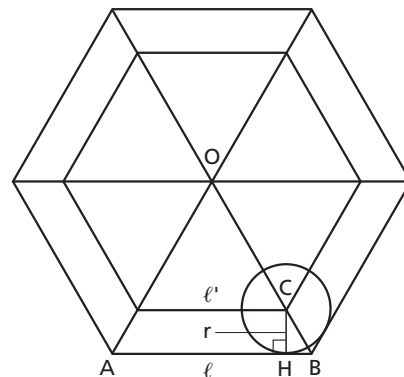
$$l' = \overline{OC} = \overline{OB} - \overline{BC} = l - \frac{2\sqrt{3}}{3} r.$$

Supponendo che la probabilità che la moneta cada in una regione sia proporzionale all'area della regione stessa, la probabilità p che la moneta vada a finire internamente a una mattonella è pari al rapporto tra le aree dei due esagoni simili ovvero al rapporto dei quadrati dei due corrispondenti lati:

$$p = \frac{l'^2}{l^2} = \left(\frac{l'}{l} \right)^2 = \left(\frac{l - \frac{2\sqrt{3}}{3} r}{l} \right)^2 = \left(1 - \frac{2r\sqrt{3}}{3l} \right)^2.$$

Sostituiamo alle grandezze le corrispondenti misure:

$$p = \left(1 - \frac{2 \cdot 11,625\sqrt{3}}{3 \cdot 100} \right)^2 \approx 0,7496 = 74,96\%.$$



▲ Figura 7.